

ПРАКТИКУМ ИЗ РАЧУНАРСКИХ АЛАТА
испит

Име, презиме и број индекса: _____

1. Коришћењем Пајтонове библиотеке SymPy:

(a) показати да важи

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\sin(x)\cos(y) - \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\sin(y)}{\cos(x+y)},$$

где су x и y произвољни реални бројеви.

решење _____

```
1 from sympy import *
2
3 x, y = symbols('x y', real=True)
4 ex = tan(x + y) - (sin(x)*cos(y) - sin(x - pi/2)*sin(y))/cos(x + y)
5 print(ex.simplify().simplify())
```

(b) одредити

$$\int_1^{\pi} \ln^2(x) dx,$$

а затим исписати разлику која се добија као резултат заокруживања резултата на 4 и 2 децимале.

решење _____

```
1 f = integrate(log(x)**2, (x, 1, pi))
2 print(f.evalf(5) - f.evalf(3))
```

(c) одредити $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \sin\left(\frac{x-2}{3}\right)}{x-2}$

решење _____

```
1 limit(2 * sin((x - 2)/3) / (x - 2), x, 2)
```

(d) извршити факторизацију полинома

$$P(x) = 2x^4 - \frac{\sqrt{3}x^3}{3} + 5x^3 - \frac{5\sqrt{3}x^2}{6} + 4x^2 - \frac{2\sqrt{3}x}{3} + x - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

решење _____

```
1 factor(2*x**4 - sqrt(3)*x**3/3 + 5*x**3
2 - 5*sqrt(3)*x**2/6 + 4*x**2 - 2*sqrt(3)*x/3 + x - sqrt(3)/6)
```

(e) решити систем нелинеарних једначина

$$\begin{aligned}x^2 + y - 2z &= 0 \\ y + 4z &= 0\end{aligned}$$

решење _____

```
1 from sympy.abc import *
2 solve([x**2 + y - 2*z, y + 4*z])
```

(f) одредити сва решења једначине

$$-16x^4 + 40x^2 + 2x + 1 = 0$$

и исписати их коришћењем 10 значајних цифара.

```
1 for sol in solve(-16*x**4 + 40*x**2 + 2*x + 1):
2     print(sol.evalf(10))
```

2. Нека је

$$f_n(x) = \cos(n \arccos(x)),$$

функција реалне променљиве x , при чему је n природан број. Коришћењем одговарајућих библиотека у Пајтону приказати функције $f_5(x)$ и

$$g(x) = \frac{1}{1 + f_6^2(x)}$$

на интервалу $x \in [-1, 1]$.

```
1 import sympy as sp
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 x, n = sp.Symbol('x', real=True), sp.Symbol('n', integer=True, positive=True)
6 f = sp.cos(n * sp.acos(x))
7 f5, g = sp.lambdify(x, f.subs(n, 5)), sp.lambdify(x, 1 / (1 + f.subs(n, 6)**2))
8
9 x = np.linspace(-1, 1, 1000)
10 _, ax = plt.subplots(nrows=2, sharex=True)
11 ax[0].plot(x, f5(x))
12 ax[0].set(ylabel='f_5(x)')
13 ax[1].plot(x, g(x))
14 ax[1].set(ylabel='g(x)', xlabel='x')
15 plt.show()
```

3. Коришћењем Пајтонових библиотека NumPy и/или SciPy:

(a) израчунати $\int_{-\pi}^{\pi} e^{-x^2} \cdot \cos(x) dx$.

```
1 import numpy as np
2 from scipy.integrate import quad
3
4 print(quad(lambda x: np.cos(x)*np.exp(-x**2), -np.pi, np.pi)[0])
```

(b) одредити бар једно решење система нелинеарних једначина

$$\begin{aligned} \cos(x) + 3y &= 2 \\ 3x + \sqrt{5}y - 5z &= 1 \\ 2x \cos(y) - 8\pi y + z &= 0 \end{aligned}$$

а затим исписати максималну апсолутну разлику левих и десних страна једнакости.

решење

```
1 import numpy as np
2 from scipy.optimize import fsolve
3
4 def f(a):
5     return [np.cos(a[0]) + 3*a[1] - 2,
6             3*a[0] + np.sqrt(5)*a[1] - 5*a[2] - 1,
7             2*a[0]*np.cos(a[1]) - 8*np.pi*a[1] + a[2]]
8
9 x, y, z = fsolve(f, [1, 1, 1])
10 print(max(abs(np.array(f([x, y, z])))))
```