Практикум из рачунарских алата

испит

Име, презиме и број индекса: ______________________________

1. Коришћењем Пајтонове библиотеке `SymPy` одредити:

   (a) развој у парцијалне разломке рационалне полиномске функције

$$\frac{x^2-\sqrt{3}x+2}{(x-3)\left[x^2+\left(\sqrt{5}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)x+\frac{\sqrt{15}}{2}\right]}$$

решење

```
from sympy import *

x = Symbol('x')
f = (x**2 - sqrt(3)*x + 2)/(x - 3)/(x**2 + (sqrt(5) + sqrt(3)/2)*x + sqrt(15)/2)
pprint(f.apart())
```

   (b) $\int\limits_{-2}^{\pi}\sqrt{x^2}e^{-(x-3)^2}\,\mathrm{d}x$

решење

```
pprint(integrate(sqrt(x**2) * exp(-(x - 3)**2), (x, -2, pi)))
```

   (c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2\sin^2\left(\dfrac{x-1}{3}\right)}{(x-1)^2}$

решење

```
limit(2 * sin((x - 1)/3)**2 / (x - 1)**2, x, 1)
```

   (d) $\left[\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left(\dfrac{\cos\left(x^3+2\right)}{1+x^2}\right)\right]_{x=2}$

решење

```
(cos(x**3 + 1) / (1 + x**2)).diff(x, 2).subs(x, 2)
```

2. Нека је $\gamma(x)$ рационална полиномска функција

$$\gamma(x)=\frac{x\left(x_0-1\right)+x_0\left(x-1\right)}{x_0-x}$$

реалне позитивне промењљиве x, при чему је $x_0>0$, и нека је

$$C_{k,m}(x)=\frac{1}{100}\cosh\left\{(k-m)\operatorname{acosh}(2x-1)+m\operatorname{acosh}\left[\gamma(x)\right]\right\},$$

$$M_{k,m}(x)=\frac{1}{1+C_{k,m}^2(x)},$$

где су m и k природни бројеви. Коришћењем одговарајућих библиотека у Пајтону

   (a) приказати функције $C_{3,1}(x)$ и $M_{4,2}(x)$ за $x_0=2.25$ и $x\in[0,\,3]$.

решење

```
from sympy import *
from sympy.plotting import plot

x, x0 = symbols('x x0', real=True, positive=True)
m, k = symbols('m k', integer=True, positive=True)

g = (x*(x0 - 1) + x0*(x - 1)) / (x0 - x)
C = cosh((k - m)*acosh(2*x - 1) + m*acosh(g)) / 100
M = 1 / (1 + C**2)

# a)
plot(C.subs({x0: 2.25, k: 3, m: 1}), (x, 0, 3), ylabel='C(x)')
plot(M.subs({x0: 2.25, k: 4, m: 2}), (x, 0, 3), ylabel='M(x)')
```

(b) одредити сва решења једначине

$$\left.\frac{\mathrm{d}M_{4,1}(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x_0=2.25} = 0$$

за која важи $x \in [1, 3.5]$.

решење

```
f = M.subs({x0: 2.25, k: 4, m: 1}).diff().simplify()
plot(f, (x, 1, 3.5))   # pocetna resenja za nsolve: 2.24 i 2.8

x = nsolve(f, x, 2.24), nsolve(f, x, 2.8)
```

(c) одредити сва решења једначине

$$\left.C_{3,1}(x)\right|_{x_0=2.25} = 0$$

у интервалу $[0, 1]$.

решење

```
g = C.subs({x0: 2.25, k: 3, m: 1})
plot(g, (x, 0, 1))      # pocetna resenja za nsolve: 0.09, 0.55, 0.95

x = nsolve(g, x, 0.09), nsolve(g, x, 0.55), nsolve(g, x, 0.95)
```

3. Коришћењем Пајтонових библиотека NumPy и/или SciPy:

(a) израчунати $\int_0^{2\pi} \frac{\exp(x) + \cos\left(x^3+2\right)}{(3x-2)^3}\,\mathrm{d}x$.

решење

```
import numpy as np
from scipy.integrate import quad

quad(lambda x: (np.exp(x) + np.cos(x**3 + 2)) / (3*x - 2)**3, 0, 2*np.pi)[0]
```

(b) решити систем једначина

$$\begin{aligned} x + 3yz &= 2 \\ 3x + \sqrt{5}y - 5z &= 1 \\ 2x - 8\pi y + z &= 0 \end{aligned}$$

решење

```
from scipy.optimize import fsolve

def f(a):
```

```
    return [a[0] + 3*a[1]*a[2] - 2,
            3*a[0] + np.sqrt(5)*a[1] - 5*a[2] - 1,
            2*a[0] - 8*np.pi*a[1] + a[2]]

x, y, z = fsolve(f, [0, 0, 0])
```